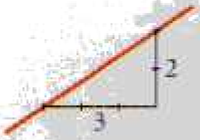
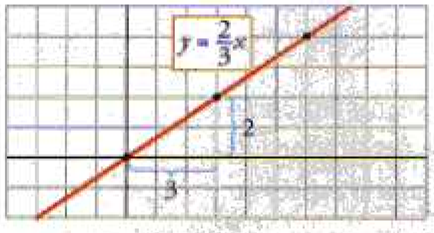
5 Pendiente de una recta

- La ecuación de esta recta es $y = \frac{2}{3}x$:

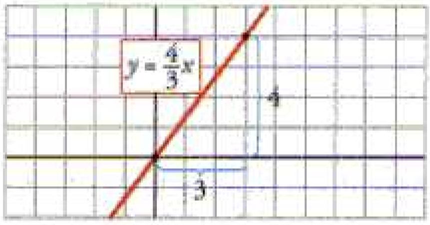




Su pendiente es $\frac{2}{3}$.

Por cada 3 unidades que avanza la x, la y sube 2 unidades.

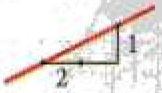
- La ecuación de esta recta es $y = \frac{4}{3}x$:

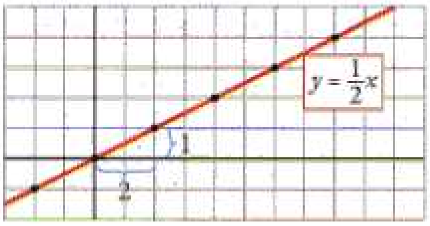


Su pendiente es $\frac{4}{3}$.

Cada vez que la x avanza 3 unidades, la y sube 4 unidades.

- La ecuación de esta recta es $y = \frac{1}{2}x$:

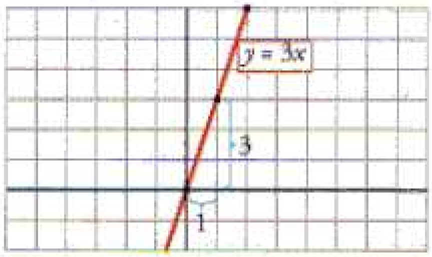




Su pendiente es $\frac{1}{2}$.

Cuando la x avanza 2 unidades, la y sube 1 unidad.

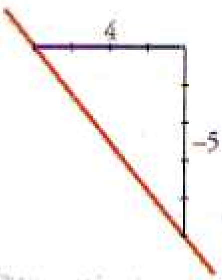
- La ecuación de esta recta es $y = 3x$:

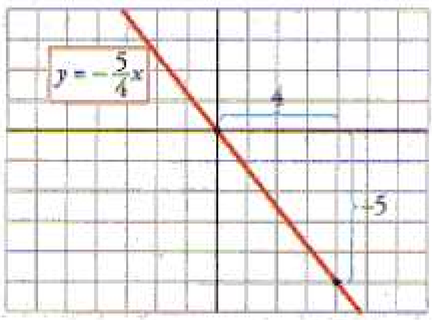


Su pendiente es $3 = \frac{3}{1}$.

Cuando la x avanza 1 unidad, la y sube 3 unidades.

- La ecuación de esta recta es $y = -\frac{5}{4}x$:





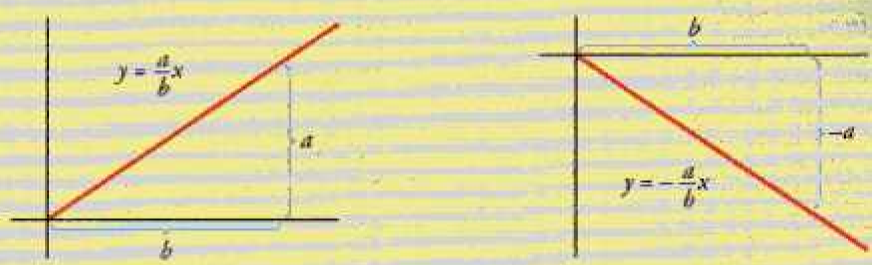
Su pendiente es $-\frac{5}{4} = \frac{-5}{4}$.

Cuando la x avanza 4 unidades, la y baja 5 unidades.

La pendiente m de una recta $y = mx$ es la medida de su crecimiento:

- Si m es positiva, la recta es creciente.
- Si m es negativa, la recta es decreciente.

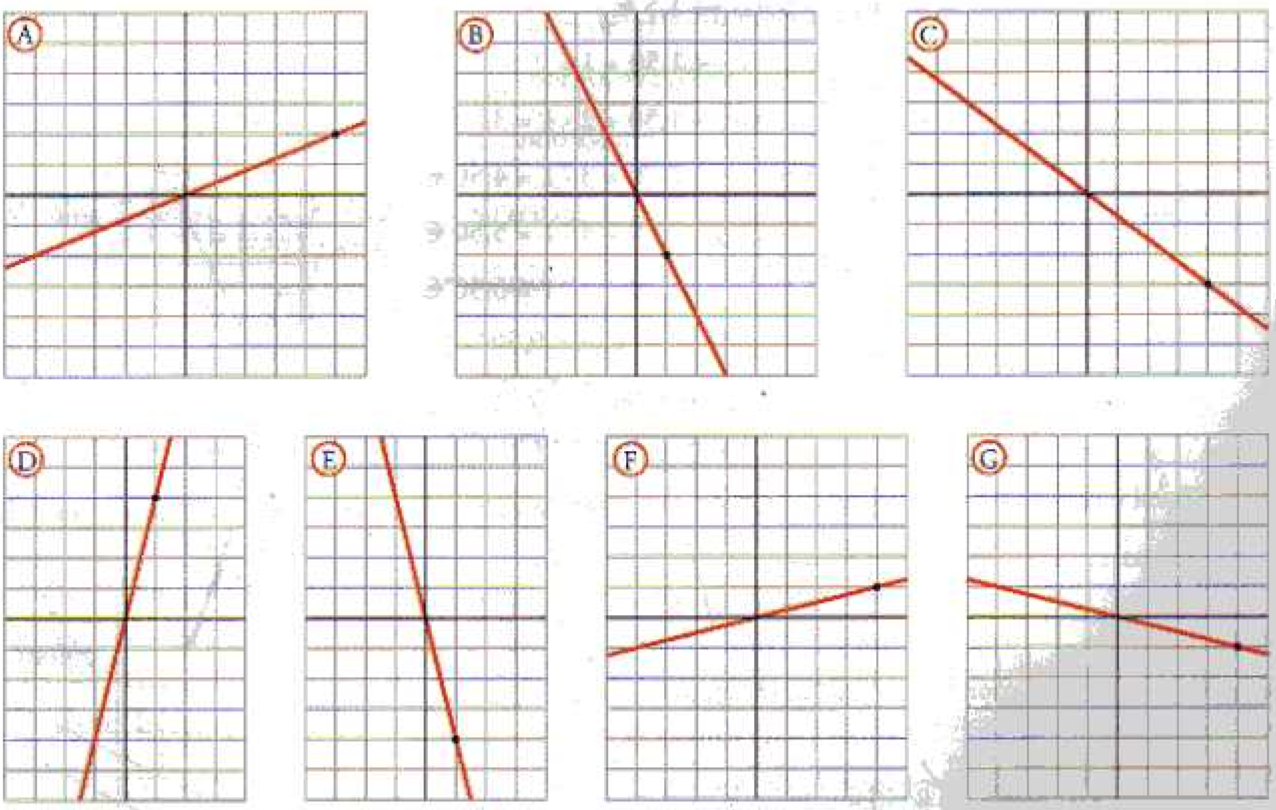
Las rectas $y = \frac{a}{b}x$, $y = -\frac{a}{b}x$, siendo a y b números naturales, se representan del siguiente modo:



7. Actividades para **reforzar** el concepto de pendiente de una recta.

Actividades

1 Escribe la ecuación de cada una de las siguientes rectas:



2 Representa las siguientes funciones lineales basándote en sus pendientes:

a) $y = x$ b) $y = 2x$ c) $y = 3x$ d) $y = -5x$

e) $y = -2x$ f) $y = \frac{2}{5}x$ g) $y = -\frac{1}{3}x$ h) $y = -\frac{5}{2}x$

6 Funciones lineales: $y = mx + n$

Nota

En matemáticas superiores se llaman **funciones lineales** a las del tipo $y = mx$.

A estas otras, $y = mx + n$, se las llama **funciones afines.**

Sin embargo, en matemáticas aplicadas como, por ejemplo, en economía, se llaman lineales a las funciones que se representan mediante rectas.

Así lo hacemos aquí:

lineales $\rightarrow$ $y = mx + n$

de proporcionalidad $\rightarrow$ $y = mx$

El alquiler de una canoa cuesta 1 € cada hora. Pero, previamente, hemos de pagar 1,50 € para entrar en el recinto donde se encuentran. Por tanto, el coste de un paseo en canoa, en función del tiempo que estemos, es:

0 horas $\rightarrow$ 1,5 €

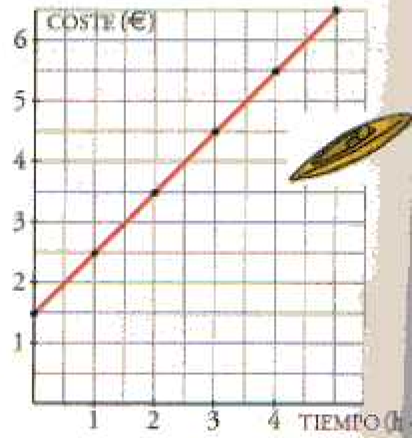
1 hora $\rightarrow$ $1{,}50 + 1 = 2{,}50$ €

2 horas $\rightarrow$ $1{,}50 + 2 \cdot 1 = 3{,}50$ €

3 horas $\rightarrow$ $1{,}50 + 3 \cdot 1 = 4{,}50$ €

4 horas $\rightarrow$ $1{,}50 + 4 \cdot 1 = 5{,}50$ €

5 horas $\rightarrow$ $1{,}50 + 5 \cdot 1 = 6{,}50$ €



TIEMPO (horas)	0	1	2	3	4	…	x
COSTE (€)	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	…	$x + 1{,}5$

El coste se obtiene en función del tiempo mediante la ecuación $y = x + 1{,}5$.

Ten en cuenta

Cualquier recta tiene por ecuación $y = mx + n$.

Si $n = 0$, estamos en el caso de una función de proporcionalidad:

$$y = mx$$

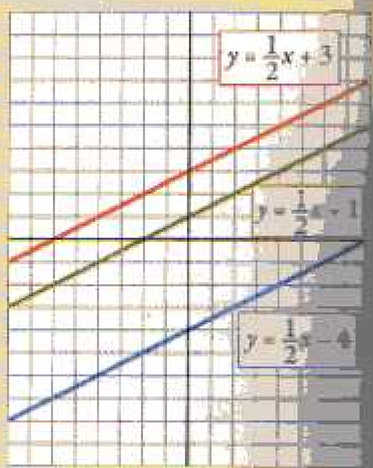
La ecuación $\boldsymbol{y = mx + n}$ se representa mediante una recta de **pendiente** m que corta al eje Y en el punto $(0, n)$.

n se llama **ordenada en el origen.**

Dos ecuaciones con la misma pendiente se representan mediante rectas paralelas.

Las funciones $y = mx + n$ se llaman **funciones lineales.**

Cuando $n = 0$ se trata de una función de proporcionalidad, $y = mx$.



8. Actividades para **reforzar** el concepto de función lineal.

Ejercicios resueltos

1. Representar estas funciones:

a) $y = 2x - 5$

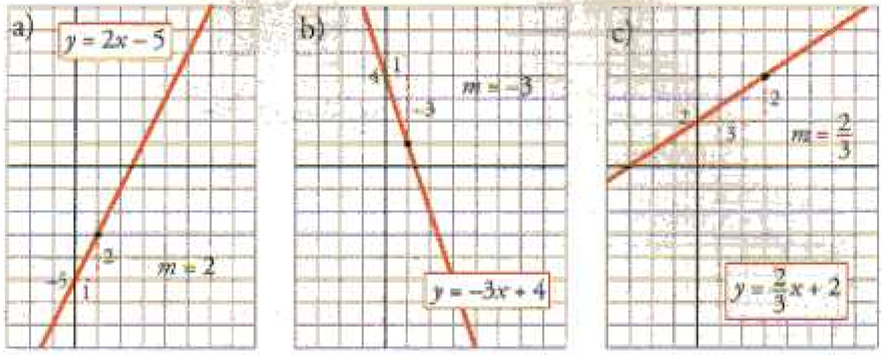
b) $y = -3x + 4$

c) $y = \frac{2}{3}x + 2$

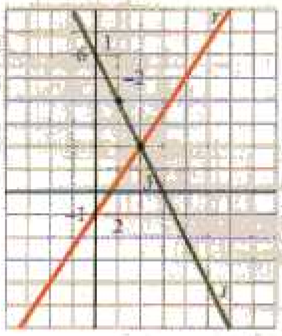
1. a) Para representar $y = 2x - 5$, nos fijamos en que $m = 2$ y $n = -5$. Por tanto, dibujaremos una recta que pase por $(0, -5)$ y cuya pendiente sea 2 (avanza 1, sube 2).

b) Procediendo de forma análoga al caso anterior, dibujaremos una recta que pase por $(0, 4)$ y cuya pendiente sea -3 (avanza 1, baja 3).

c) La recta pasará por $(0, 2)$ y su pendiente será $\frac{2}{3}$ (avanza 3, sube 2).



2. Deducir la ecuación de las dos rectas representadas.



2. Al ser rectas, la ecuación de ambas es $y = mx + n$.

- Ecuación de r:

  Pasa por $(0, -1)$. Por tanto, $n = -1$.

  Cuando avanza 2, sube 3. Su pendiente es $m = \frac{3}{2}$.

  Su ecuación es: $y = \frac{3}{2}x - 1$.

- Ecuación de s:

  Pasa por $(0, 6)$. Por tanto, $n = 6$.

  Cuando avanza 1, baja 2. Su pendiente es $m = \frac{-2}{1} = -2$.

  Su ecuación es: $y = -2x + 6$.

9. Actividades para **reforzar** la asociación entre funciones lineales y sus correspondientes representaciones gráficas.

Actividades

1 Representa las siguientes funciones:

a) $y = -2x + 5$

b) $y = x - 3$

c) $y = \frac{2}{3}x - 4$

d) $y = \frac{3}{2}x + 4$

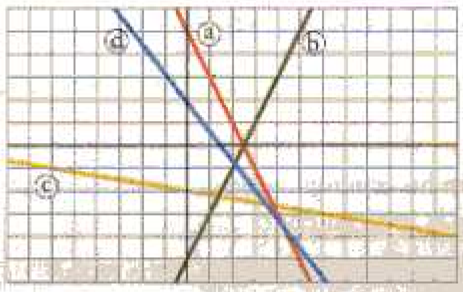
e) $y = -x - 1$

f) $y = x - 6$

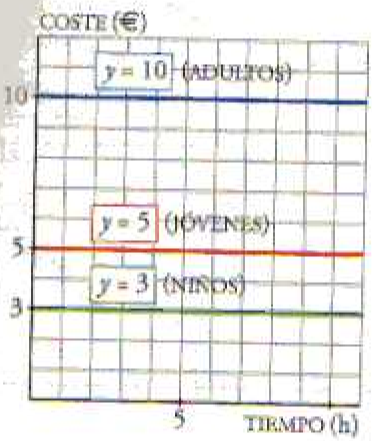
g) $y = \frac{3}{5}x + 1$

h) $y = -\frac{5}{3}x + 1$

2 Escribe las ecuaciones de estas funciones:



7 Funciones constantes: $y = k$



El acceso a las pistas de patinaje sobre hielo vale 3 € para los niños, 5 € para los jóvenes y 10 € para los adultos. Una vez en las pistas, se puede estar tanto tiempo como se quiera.

JÓVENES:

TIEMPO (horas)	0	1	2	3	4	...
COSTE (€)	5	5	5	5	5	...

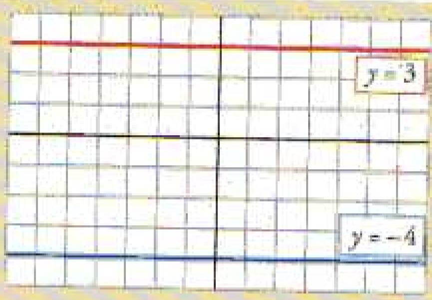
El coste, en función del tiempo, es $y = 5$ para los jóvenes.

Ten en cuenta

La función constante $y = k$ es una función lineal, $y = mx + n$, en la que $m = 0$.

La función $\boldsymbol{y = k}$, en la que el valor de y no depende de x, se llama **función constante.**

Se representa por una recta paralela al eje X, a una distancia k de este.



Ejercicio resuelto

Un coche da vueltas alrededor de una pista circular con un diámetro de 230 m. Escribir la ecuación de la función que relaciona el tiempo transcurrido con la distancia del coche al centro de la pista.

La función que relaciona el tiempo transcurrido con la distancia del coche al centro de la pista es una función constante de ecuación $y = 115$.

Actividades

1 Representa las siguientes funciones:

a) $y = 7$ b) $y = -3$ c) $y = 0$

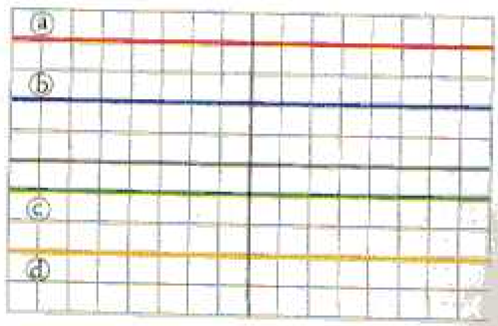
2 a) Representa la recta que pasa por estos puntos:

$A(-2, 3)$ $B(5, 3)$

b) Sin hacer ningún cálculo, ¿podrías dar la ecuación de la recta anterior?

c) ¿Cuál es la pendiente de dicha recta?

3 Escribe la ecuación de las siguientes funciones:

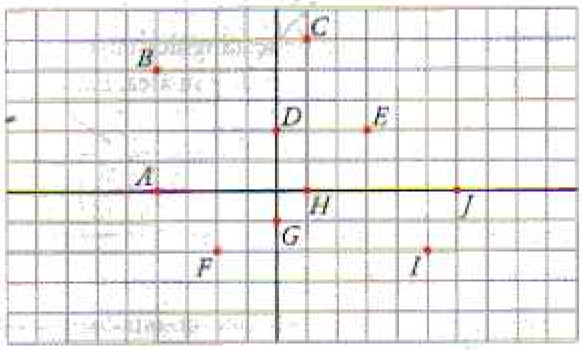


Representación e interpretación de puntos

1 Dibuja sobre un papel cuadriculado unos ejes coordenados y representa los siguientes puntos:

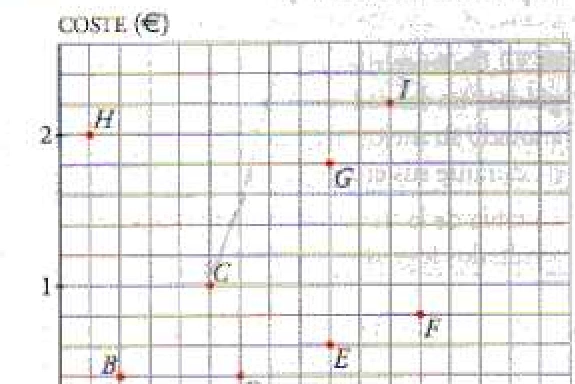
$A(3, 2)$; $B(3, 7)$; $C(4, -1)$; $D(-4, 3)$; $E(-6, -2)$; $F(0, 5)$; $G(3, 0)$; $H(-2, 0)$; $I(0, -5)$; $J(0, 0)$

2 Di las coordenadas de cada uno de los siguientes puntos:



3 Representa los puntos siguientes: $A(0, 2)$; $B(4, 7)$; $C(4, 1)$; $D(1, 0)$; $E(0, 1)$; $F(6, 1)$; $G(6, 0)$.
Une mediante segmentos AB, BC, CA, DE, EF, FG, GD.

4 Cada punto del diagrama siguiente representa una llamada telefónica:



a) ¿Cuál ha sido la llamada más larga?

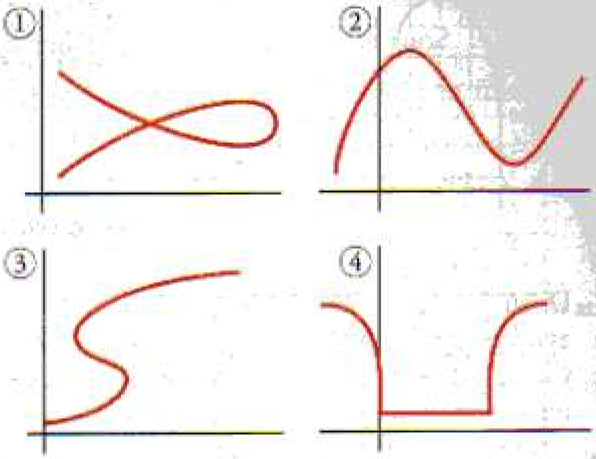
b) ¿Cuál ha sido la llamada más corta?

c) Una de las llamadas ha sido a Australia. ¿De cuál crees que se trata?

d) Hay varias llamadas locales. ¿Cuáles son?

Concepto de función

5 ¿Cuáles de las siguientes gráficas corresponden a una función y cuáles no? Explica por qué.



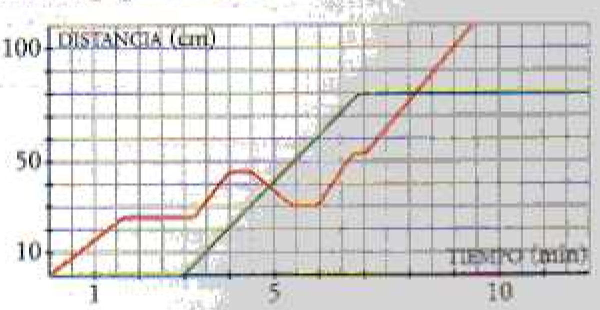
Interpretación de gráficas

6 Representa gráficamente una carrera de 200 m entre dos corredores, con las siguientes características:

A sale más rápidamente que *B*, y en 5 segundos le saca 10 m de ventaja.

A se cae en el instante 5 segundos, y *B* le adelanta. Pero *A* se levanta en 2 segundos, y adelanta a *B* en la misma línea de meta.

7 Rafael y María ponen a competir, en una carrera, a sus caracoles; uno de ellos lleva una pegatina roja, y otro, una pegatina verde.



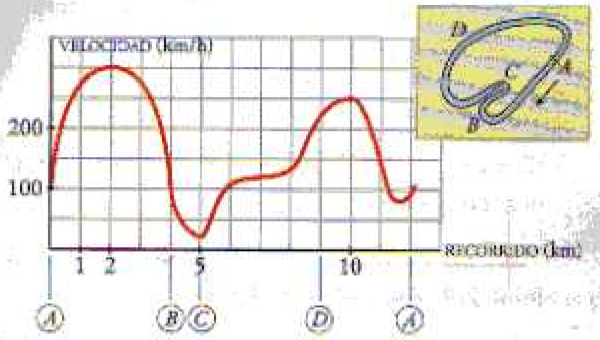
El verde tarda en salir y se para antes de llegar.

a) ¿Cuánto tiempo está parado en cada caso? ¿A qué distancia de la meta se para definitivamente?

b) ¿Cuántos centímetros y durante cuánto tiempo marcha el rojo en dirección contraria?

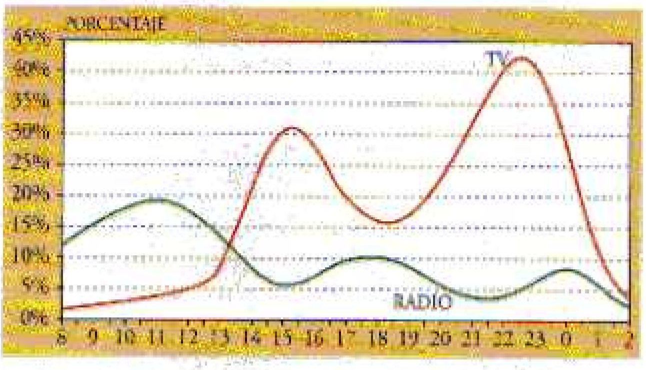
c) Describe la carrera.

8 La gráfica describe la velocidad de un bólido de carreras en cada lugar de este circuito:



Di en qué tramos la velocidad es creciente y en cuáles es decreciente. ¿A qué crees que se deben los aumentos y las disminuciones de velocidad? Señala el máximo y el mínimo de esta función.

9 Esta gráfica corresponde al porcentaje de personas que ven la televisión o escuchan la radio, en las distintas horas del día.



a) Describe la curva correspondiente a la televisión: dónde es creciente, dónde es decreciente, máximos, mínimos… Relaciónala con las actividades cotidianas: levantarse, acostarse, comida, cena…

b) Haz lo mismo con la curva correspondiente a la radio.

c) Compara las dos curvas y relaciónalas.

10 Representa las siguientes gráficas:

a) Altura de una pelota que está botando cada vez menos, hasta que se para.

b) La temperatura de un plato de sopa que se queda sobre la mesa, sin consumir.

c) La distancia a la Tierra de un satélite artificial que da vueltas y vueltas.

d) La altura a la que se encuentra el asiento de un columpio cuando se balancea.

Gráficas punto a punto

11 Representa las siguientes funciones dando a x, en cada caso, los valores que se indican:

a) $y = x^2 - 4x + 5$	$-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$
b) $y = \sqrt{x}$	$0, 1, 4, 9, 16$
c) $y = \sqrt{x - 3}$	$3, 4, 7, 12, 19$
d) $y = (x - 3)^2$	$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$
e) $y = 8x - x^2$	$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$

12 De una familia de rectángulos cuyo perímetro es 20 cm hemos medido su base y su área. Estos son los resultados:

BASE, en cm, x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ÁREA, en cm², y	9	16	21	24	25	24	21	16	9

a) Representa la función.

b) Comprueba que la ecuación de esta función es:

$$y = 10x - x^2$$

13 Se ha medido, mes a mes, la estatura de un niño desde que nace hasta que tiene un año. Estos son los resultados:

EDAD (meses)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ESTATURA (cm)	54	58	62	64	67	69	71	72	74	75	77	78	80

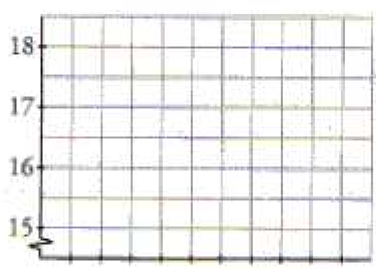
Representa los resultados en una gráfica.

14 Durante diez semanas seguidas, un lanzador de peso ha anotado su mejor marca obtenida durante sus entrenamientos.

La tabla de la derecha recoge los resultados logrados.

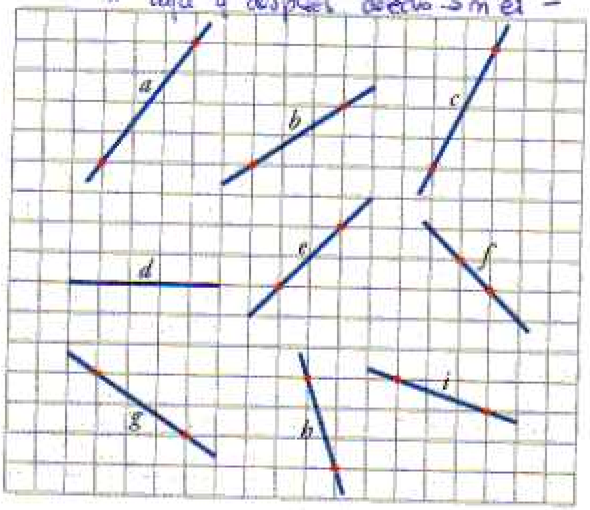
SEMANA	LANZ. (m)
1	15,18
2	15,91
3	16,33
4	16,52
5	18,40
6	16,62
7	16,90
8	17,44
9	16,40
10	17,00

Representa la función en tu cuaderno.



Funciones lineales

15 Halla la pendiente de cada una de las siguientes rectas:
1º Derecha y después sube → m es +
1º baja y después derecha → m es −



16 Representa las siguientes funciones:

a) $y = 2x$ b) $y = \frac{1}{2}x$

c) $y = -3x$ d) $y = \frac{4}{3}x$

e) $y = -\frac{2}{5}x$ f) $y = \frac{3}{4}x$

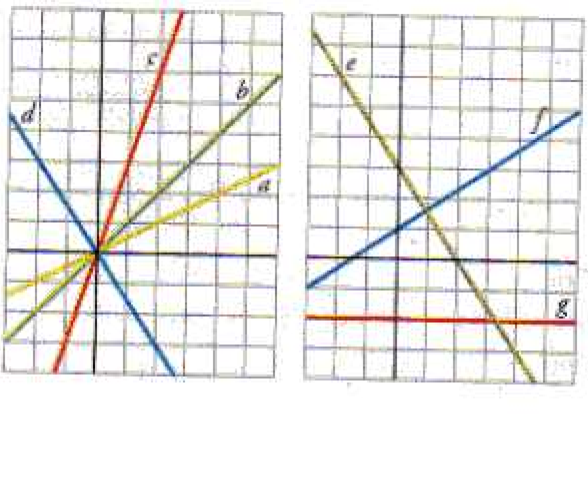
g) $y = -\frac{1}{2}x - 2$ h) $y = -3x + 5$

i) $y = -\frac{4}{3}x + 1$ j) $y = -\frac{2}{5}x + 4$

k) $y = -1$ l) $y = 4$

m) $y = 3$ n) $y = x$

17 Escribe la ecuación de cada una de las siguientes funciones:



18 Margarita pasea alejándose de su pueblo a una velocidad de 2 km/h. En este momento se encuentra a 4 km del pueblo.

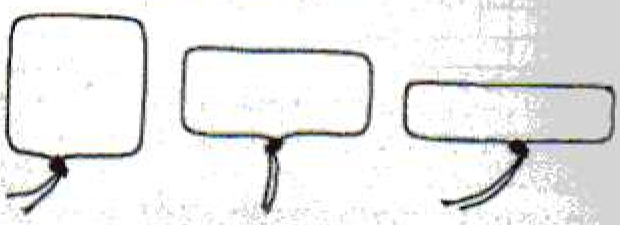
a) ¿Dónde se encontrará dentro de una hora?

b) ¿Dónde se encontraba hace una hora?

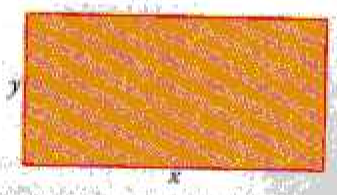
c) Representa su distancia al pueblo en función del tiempo transcurrido a partir de ahora.

d) Halla la ecuación de la función llamando x al tiempo e y a la distancia al pueblo.

19 Con un hilo de 20 cm cuyos extremos están atados entre sí formamos rectángulos:



a) Razona que la relación entre su base, x, y su altura, y, es $y = 10 - x$



b) Representa la gráfica de la función.

c) Si multiplicamos la base, x, por la altura, $10 - x$, obtenemos el área: $A = x(10 - x)$. Completa en tu cuaderno la tabla de valores y comprueba que es la misma que la del ejercicio 12.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ÁREA	9	16							

20 En una cierta compañía de teléfonos móviles, la tarifa para llamadas a países de la U.E. es 1 € por establecimiento de llamada y 0,50 € por minuto de conversación.

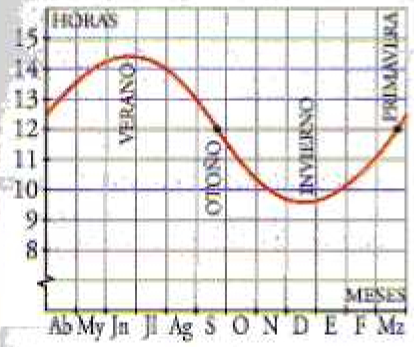
a) Pon la ecuación de la función que relaciona el coste en euros (y) en función de la duración de la llamada en minutos (x).

b) Representa la gráfica de la función.

Lee y razona

Iluminación con luz solar

¿Cuántas horas diarias hay de "luz solar"? Es decir, ¿cuántas horas diarias está el Sol sobre el horizonte? Es evidente que depende del lugar y de la época del año.

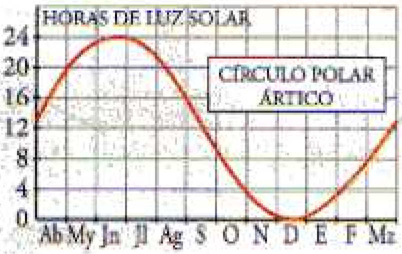


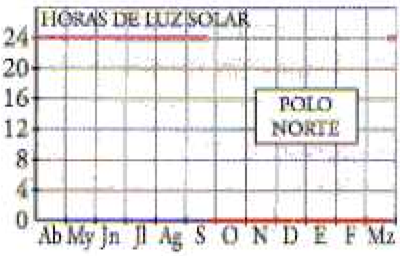
Por ejemplo, en una localidad situada a 40° de latitud norte, la distribución del número de horas de luz solar, a lo largo de un año es la de la figura.

a) Observa que hay exactamente 12 h hacia el 20 de septiembre y el 20 de marzo. ¿Qué ocurre en esas fechas? ¿De dónde crees que viene la palabra *equinoccio*?

b) Dibuja la función correspondiente a un lugar situado en el paralelo 40° sur.

c) Observa cómo son las gráficas en el Círculo Polar Ártico y en el polo norte. Explica lo que significan.

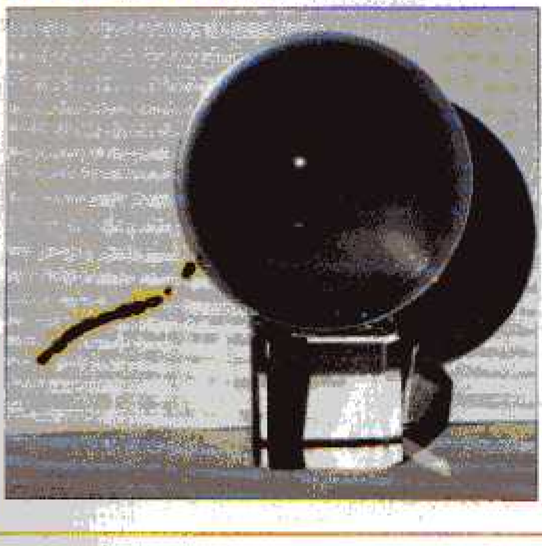




¡Atención! Hemos cambiado de escala en el eje de ordenadas. Arriba, las horas de Sol oscilan entre 9,5 y 14,5. En las proximidades de los polos, oscilan entre 0 h y 24 h.

Construye

Función de insolación



Con una bola de cristal y un papel blanco, se puede realizar esta hermosa experiencia.

Colocando la bola de modo que recoja los rayos de Sol, los concentrará en un punto. El papel se sitúa a una distancia adecuada para que los rayos se concentren en él, de modo que con el paso de los minutos el papel se tuesta.

Al moverse el Sol, el lugar donde se concentran los rayos va variando, formándose una gráfica de "papel tostado". A mayor insolación, más gruesa será la línea.

Si durante unos minutos el Sol se oculta tras una nube, la raya se interrumpirá.

De este modo se obtiene una *función de insolación*.

(Si no tienes una bola de cristal no importa: una bombilla llena de agua hace el mismo efecto).